Estimation expérimentale de la constante de gravitation universelle, G.

1. $[T] = s$

$$\left[\sqrt{\frac{ml}{g}}\right] = \left(\frac{[m][l]}{[g]}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{[m]^{\frac{1}{2}}[l]^{\frac{1}{2}}}{[g]^{\frac{1}{2}}} = \frac{kg^{\frac{1}{2}}m^{\frac{1}{2}}}{(m.s^{-2})^{\frac{1}{2}}} = kg^{\frac{1}{2}}.s \neq [T]$$

$$\left[\sqrt{\frac{l}{mg}}\right] = \left(\frac{[l]}{[m][g]}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{[l]^{\frac{1}{2}}}{[m]^{\frac{1}{2}}[g]^{\frac{1}{2}}} = \frac{m^{\frac{1}{2}}}{kg^{\frac{1}{2}}(m.s^{-2})^{\frac{1}{2}}} = kg^{-\frac{1}{2}}.s \neq [T]$$

$$\left[\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = \left(\frac{[l]}{[g]}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{[l]^{\frac{1}{2}}}{[g]^{\frac{1}{2}}} = \frac{m^{\frac{1}{2}}}{(m.s^{-2})^{\frac{1}{2}}} = s = [T]$$

$$\left[\sqrt{\frac{l}{m}}\right] = \left(\frac{[l]}{[m]}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{[l]^{\frac{1}{2}}}{[m]^{\frac{1}{2}}} = \frac{m^{\frac{1}{2}}}{kg^{\frac{1}{2}}} = m^{\frac{1}{2}}.kg^{-\frac{1}{2}} \neq [T]$$

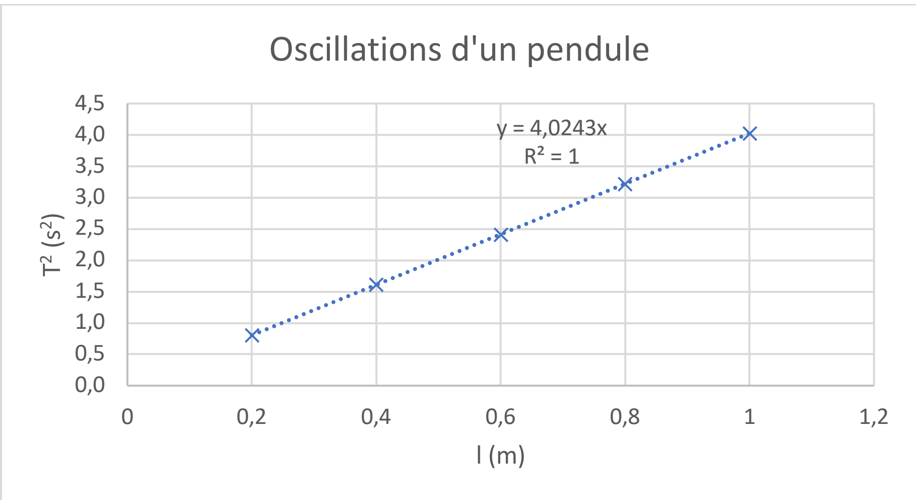
Par analyse dimensionnelle, on peut établir que la bonne expression pour la période T des oscillations du pendule est $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

2.

a.

l (m)	T (s)	T² (s²)
0,2	0,9	0,8
0,4	1,3	1,6
0,6	1,6	2,4
0,8	1,8	3,2
1	2,0	4,0

b.



c. D'après l'expression établie en 1., $T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g} = \frac{4\pi^2}{g}l$.

Le coefficient directeur de la courbe de tendance est donc $k = \frac{4\pi^2}{g}$.

d. $k_{Paris} = \frac{4\pi^2}{g_{Paris}} \Rightarrow g_{Paris} = \frac{4\pi^2}{k_{Paris}} = \frac{4\pi^2}{4{,}03} = 9{,}80\ m.s^{-2}$.

3. $g_{équateur} = \frac{g_{Paris}}{(1+5{,}3024.10^{-3}sin^2(\varphi_{Paris}))} = \frac{9{,}80}{(1+5{,}3024.10^{-3}sin^2(48{,}8))} = 9{,}77\ m.s^{-2}$.

4. $g_{équateur} = G\frac{M_T}{R_{T\,équateur}{}^2}$

$$\Rightarrow G_{mesuré} = \frac{g_{équateur}R_{T\,équateur}{}^2}{M_T} = \frac{9{,}77 \times (6378.10^3)^2}{5{,}98.10^{24}} = 6{,}65.10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \left|\frac{G_{théorique} - G_{mesuré}}{G_{théorique}}\right| = \left|\frac{6{,}674184.10^{-11} - 6{,}65.10^{-11}}{6{,}674184.10^{-11}}\right| = 4{,}2.10^{-3}$$

5.

a. $\boldsymbol{U(l) = 0{,}5\ cm}$

b. $\boldsymbol{U(T) = 0{,}02\ s}$

c.

l (m)	$\boldsymbol{\frac{U(l)}{l}}$	T (s)	$\boldsymbol{\frac{U(T)}{T}}$
0,2	0,025	0,9	0,022
0,4	0,013	1,3	0,016
0,6	0,008	1,6	0,013
0,8	0,006	1,8	0,011
1	0,005	2,0	0,010
$\left(\frac{U(l)}{l}\right)_{moy}$	0,011	$\left(\frac{U(T)}{T}\right)_{moy}$	0,014

d. $U(G) = G_{mesuré}\sqrt{\left(\frac{U(l)}{l}\right)_{moy}^2 + \left(\frac{U(T)}{T}\right)_{moy}^2}$

$$\Rightarrow U(G) = 6{,}65.10^{-11}\sqrt{0{,}011^2 + 0{,}014^2} = 1{,}2.10^{-12}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$$

e. $G_{th} \in [G_{mesuré} - U(G); G_{mesuré} + U(G)] = [6{,}5.10^{-11}; 6{,}8.10^{-11}]$.
L’expérience peut donc être considérée comme valide.